

УТВЕРЖДАЮ

Ректор

ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

доктор химических наук,  
профессор А.И. Русаков



11.04.2017

**О т з ы в**  
**ведущей организации**

Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

о диссертации Костина Дмитрия Владимировича

«Многопараметрические вариационные модели, вычисление и оптимизация посткритических состояний», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки)

В диссертационной работе Д.В. Костина рассмотрена проблема много-модовых бифуркаций решений многопараметрических модельных краевых и начально-краевых задач для уравнений вариационного типа с гладкими нелинейностями. Основная область приложений рассмотренных в диссертации математических моделей — упругие балки и пластины (из однородного или неоднородного упругого материала) и многомодовые колебания динамических систем. Основная исследуемая проблема — вычисление, анализ и оптимизация многомодовых ветвей решений (локальных и нелокальных). В качестве критерия оптимальности выбран так называемый коэффициент асимметрии. Выбор такого критерия продиктован прикладными задачами минимизации прогибов турбинных лопаток, минимизации сейсмической отдачи вибропогружателей и минимизации помех радиосигнала. Рассмотренная в диссертации проблема являлась вплоть до недавнего времени малоисследованной, несмотря на ее важность. Препятствием к ее полному исследованию в недавнем прошлом было отсутствие адекватного

математического аппарата для работы с ними, а также отсутствие эффективных программных комплексов и скоростных компьютеров с большой оперативной памятью.

Теоретическая основа для исследования вариационных задач многомодового анализа были заложены еще в 1978 году работами М.А. Красносельского, Н.А. Бобылева и Э.М. Мухамадиева, в которых впервые была введена и использована вариационная модификация метода Ляпунова-Шмидта. Позже подход Красносельского-Бобылева-Мухамадиева развивался Ю.И. Сапроновым и его учениками (см. обзоры «Конечномерные редукции в гладких экстремальных задачах» / Ю.И. Сапронов // Успехи матем. наук. – 1996. Т. 51, №1. – С. 101-132, «Бифуркации экстремалей фредгольмовых функционалов» / Б.М. Даринский, Ю.И. Сапронов, С.Л. Царев // Современная математика. Фундаментальные направления. Том 12 (2004) – С. 3-134, «Функциональный анализ и многомодовые прогибы упругих систем» / Костин Д.В., Сапронов Ю.И. // Воронеж: ИПЦ ВГУ, 2012.). Была создана новая версия вариационного метода Ляпунова-Шмидта, способная осуществлять как локальный, так и нелокальный бифуркационный анализ многопараметрических вариационных моделей в условиях многомерного вырождения. В последние годы Д.В. Костин усовершенствовал этот метод, доведя его до уровня, при котором появилась возможность исследовать модели в случае разрывных параметрических семейств собственных функций в главной линейной части модельного уравнения (например, в моделях неоднородных упругих сред). Важным сопутствующим обстоятельством успешного развития многомодового анализа (как локального, так и нелокального) явилось систематическое использование идей и методов теории особенностей гладких функций, развитой Х. Уитни, Р. Томом, В.И. Арнольдом и их многочисленными последователями. На многопараметрические вариационные модели эти методы были перенесены посредством конечномерных усечений фредгольмовых функционалов по модифицированной схеме Ляпунова-Шмидта.

**Первая глава** диссертации носит вспомогательный характер, в ней кратко изложен используемый математический аппарат и приведены близкие результаты других авторов. В первой главе показано, что на основе «резольвентной» формулы ортогонального проектора на корневое подпространство возмущенного симметричного оператора, взятой из монографии В.П. Маслова «Асимптотические методы и теория возмущений» (Наука, М., 1988), можно найти, в условиях понижения симметрии параллелепипеда, параметрическое базисное семейство корневых элементов (необходимых для построения ритцевской аппроксимации функционала энергии) и

на его основе построить главную часть ключевой функции. В случае двух ключевых переменных проведен полный аналитический и геометрический анализ локального строения каустики: получены формулы для построения компьютерной графики и приведены типовые графические изображения двумерных сечений каустики. Как следствие, получена исчерпывающая информация о строении каустики, что привело к полному описанию допустимых *bif*-раскладов посткритических состояний.

Метод, развитый в первой главе, апробирован **во второй главе** в задаче изучения и оптимизации посткритических равновесных конфигураций слабо неоднородных упругих балок и пластин в условиях двухмодового вырождения. Однородные балки и пластины ранее были полностью проанализированы (в аналогичной постановке задачи) Ю.И. Сапроновым и Б.М. Даринским (1988-1994 гг). Переход к случаю неоднородных балок и пластин потребовал кардинальной перестройки в схеме Даринского-Сапронова. В основе схемы Даринского-Сапронова лежало условие постоянства пары собственных функций для ведущего оператора линейной части уравнения (при всех значениях параметров). В случае неоднородности это условие становится недействительным и не допускающим обобщение (хотя бы) до условия существования непрерывного семейства собственных функций. В диссертации условие постоянства собственных функций заменено условием существования гладких параметрических семейств функций, линейная оболочка которых инвариантна относительно главного оператора линейной части уравнения. Такая пара функций позволяет, как показано в диссертации, построить нормальную форму приближенно вычисленной ключевой функции и провести полный анализ ветвления равновесных конфигураций балки и пластины в условиях слабой неоднородности. Приведены также результаты вычисления асимптотических формул, выражающих «зависимость формы прогиба» от «характера неоднородности».

Основными методами, используемыми во второй главе, являются методы функционального анализа, численные методы, методы теории бифуркационного анализа вариационных моделей, ряд новых методов теории гладких функций многих переменных, включая теорию катастроф.

**Третья глава** посвящена установлению корректной разрешимости задач для линейных и нелинейных математических моделей с применением методов теории сильно непрерывных полугрупп преобразований. С этой целью впервые вводится и применяется понятие  $C_0$ -операторного интеграла Лапласа, обобщающее классические преобразования Лапласа когда экспонента заменяется  $C_0$ -полугруппой. Такой подход совместно с операторным методом Маслова-Хевисайда позволил значительно расширить классы рав-

номерно корректных задач, указать методы их точных и приближенных решений с вычислением точных оценок.

**В четвертой главе** введен и рассмотрен функционал качества «коэффициент асимметрии», возникающий в задачах максимального снижения кривизны изогнутой турбинной лопатки; максимального снижения сейсмической отдачи при работе полигармонического вибропогружателя, а также минимизации помех в приеме радиосигнала. Д.В. Костиным впервые предложено решение этой задачи в общем случае (Теорема 4.1 диссертации). Основным результатом главы состоит в том, что решением задачи минимизации сейсмического эффекта является многочлен Максвелла-Фейера (задающий формулу оптимального импульса во всех рассмотренных задачах).

**В пятой главе** более подробно рассмотрена математическая модель изгиба упругой лопатки турбины и предложена прямая методика оптимизации закритического изгиба лопатки, необходимая при конструировании конкретных турбонасосных агрегатов. Важно то, что математический аппарат, развитый в главах 2-4, позволил провести исчерпывающий анализ соответствующей нелинейной модели изгиба неоднородной упругой лопатки и указать соответствующие параметры оптимального изгиба.

В диссертации приведены также приложения *A*, *B*, в которых даны сведения о разработанных диссертантом комплексах вычислительных программ (описание, системные требования и тексты программ), и приведены копии официальных свидетельств о регистрации разработанных программ.

Среди **недостатков работы** можно отметить:

- 1) отсутствие примеров использования «других» критериев качества (отличных от коэффициента асимметрии);
- 2) отсутствие каких-либо комментариев по случаю возможности исследования аналогичных задач в рамках невариационных моделей;
- 3) отсутствие приложений к динамическим моделям теории упругих балок и пластин;
- 4) желательным было бы указать явные примеры разрывных семейств собственных функций в рассмотренных моделях;
- 5) ссылки на литературу в автореферате оформлены не единообразно.

В работе имеется также небольшое количество опечаток и орфографических ошибок, число которых находится в пределах допустимой нормы.

Несмотря на указанные недостатки, диссертационная работа производит очень благоприятное впечатление. В ней содержится решение важной и интересной проблемы, а также ряд примыкающих результатов, представляющих реальный научный интерес для современной теории математического моделирования. Задача исследования посткритических структурных пере-

строек весьма актуальна и требует привлечения разнообразных методов современного математического моделирования и новых вычислительных средств. Потребность в развитии новых методов бифуркационного анализа, соответствующих новым запросам практики и современным достижениям вычислительных технологий, сохраняется до сих пор. В этом аспекте диссертация Д.В. Костина выглядит весьма своевременной и полезной.

Тема диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки). Текст работы изложен достаточно ясно, основные теоремы четко сформулированы и полностью доказаны, имеется достаточное количество графических компьютерных иллюстраций. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертационной работы. Все основные результаты своевременно опубликованы в 42 печатных трудах, из которых 15 — в журналах, рекомендованных ВАК РФ.

Все положения, вынесенные на защиту: 1) построение системы мод и квазимод модельного уравнения в порождающей критической точке с многомерным вырождением; 2) построение главной части ключевого уравнения и анализ его основных свойств — симметрии, версальности развертки по параметрам и пр.; 3) анализ и построение каустики (дискриминантного множества) в рассмотренных задачах; 4) классификация *bif*-раскладов ветвей решений, соответствующих отдельным ячейкам регулярности в пространстве  $\mathbb{R}^m$  значений параметров; 5) построение первых асимптотик ветвей решений (по вектору закритических приращений параметров); 6) компьютерное изображение 2-мерных сечений каустик и закритических прогибов в избранных задачах; 7) алгоритм оптимизации закритических прогибов для рассмотренной функции качества «коэффициент несимметрии», правильно и полно отражают научное содержание диссертации.

В целом, в диссертации получены решения следующих конкретных задач: 1) полное описание многомодовых прогибов упругих балок и пластин в случае нарушения однородности упругого материала, 2) полное описание многомодовых прогибов турбинных лопастей и их оптимизация, 3) оптимизация полигармонического импульса по коэффициенту несимметрии, 4) оптимизация приема радиосигнала.

Результаты диссертации прошли достаточную апробацию на международных и общероссийских научных конференциях.

Результаты диссертации могут быть использованы в исследованиях, проводимых коллективами Московского, Воронежского, Нижегородского, Самарского, Саратовского, Челябинского и Ярославского государственных университетов, а так же МИ РАН им. В.А. Стеклова

Диссертационная работа Д.В. Костина представляет собой законченное математическое исследование по актуальной теме, в ней изложено решение новой и актуальной научной проблемы, имеющей несомненную научную значимость для специальности специальности 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки).

Диссертационная работа «Многопараметрические вариационные модели, вычисление и оптимизация посткритических состояний» удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор, Костин Дмитрий Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 — Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (физико-математические науки).

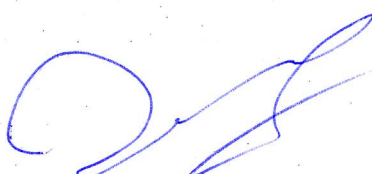
Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, заведующим кафедрой компьютерных сетей Глызиным Сергеем Дмитриевичем. Диссертации и отзыв обсуждены и отзыв утвержден на совместном заседании кафедры математического моделирования и кафедры компьютерных сетей ФГБОУ ВО «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова», протокол №8 от 11 апреля 2017 года.

Заведующий кафедрой математического моделирования  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный  
университет им. П.Г. Демидова»,  
доктор физико-математических наук, профессор



С. А. Кащенко

Заведующий кафедрой компьютерных сетей  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный  
университет им. П.Г. Демидова»,  
доктор физико-математических наук, профессор



С. Д. Глызин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»


150003, г. Ярославль, ул. Советская, д. 14

Официальный сайт вуза: <http://www.uniyar.ac.ru>

Электронная почта: glyzin@uniyar.ac.ru

Телефон: +7 (4852) 79 77 90



Подпись заверяю:  
Заместитель начальника управления  
директор центра кадровой политики  
 Л.Н. Куфирина